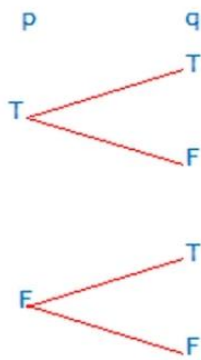




# แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เรื่องตรรกศาสตร์เบื้องต้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

## หน่วยที่ 1 ประพจน์และนิเสธของประพจน์



| p | q |
|---|---|
| T | T |
| T | F |
| F | T |
| F | F |



นางสาวธัญชนก เขื่อนเมือง  
ตำแหน่งครู วิทยฐานะ:ชำนาญการ  
โรงเรียนเชิงกลาง “ประชาพัฒนา” จังหวัดน่าน  
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 37

## คำนำ

แบบฝึกทักษะ เรื่อง ตรรกศาสตร์เบื้องต้น สารการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม  
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ประกอบด้วยแบบฝึกทักษะทั้งหมด 8 หน่วย ซึ่งต้องเรียนรู้ตามลำดับ  
เนื้อหาจากง่ายไปหายากดังนี้

หน่วยที่ 1 ประพจน์และนิเสธของประพจน์

หน่วยที่ 2 การหาค่าความจริงของประพจน์และการสร้างตารางค่าความจริง

หน่วยที่ 3 รูปแบบของประพจน์ที่สมมูลกัน และเป็นนิเสธกัน

หน่วยที่ 4 สัจนิรันดร์

หน่วยที่ 5 การอ้างเหตุผล

หน่วยที่ 6 ประโยคเปิดและตัวบ่งปริมาณ

หน่วยที่ 7 การหาค่าความจริงของประโยคเปิดที่มีตัวบ่งปริมาณตัวแปรเดียวและค่า  
ความจริงของประโยคเปิดที่มีตัวบ่งปริมาณสองตัว

หน่วยที่ 8 การสมมูลและนิเสธของประโยคเปิดที่มีตัวบ่งปริมาณ

ในส่วน of แบบฝึกทักษะ ชุดที่ 1 เรื่อง ประพจน์และนิเสธของประพจน์ เป็นแบบฝึก  
ทักษะที่มุ่งให้นักเรียนได้มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับประพจน์ การเชื่อมประพจน์และนิเสธของ  
ประพจน์ อีกทั้งยังสอดแทรกเทคนิควิธี ที่จะทำให้นักเรียนเกิดทักษะจนสามารถ นำความรู้ไปใช้  
ในการสอบเข้าศึกษาต่อและยังนำเชื่อมโยงกับเนื้อหาอื่นได้ ซึ่งนักเรียนจำเป็นต้องเรียนรู้ให้เข้าใจ  
ก่อนที่จะเรียนชุดต่อไป

หวังว่าแบบฝึกทักษะ เรื่อง ประพจน์และนิเสธของประพจน์ นี้ จะเป็นประโยชน์  
สำหรับนักเรียนและผู้สนใจเป็นอย่างดียิ่ง และขอขอบพระคุณ ผู้อำนวยการโรงเรียน คณะครู  
และผู้ที่มีส่วนเกี่ยวข้องทุกท่านที่ได้ให้ความร่วมมือ ให้ข้อเสนอแนะในการพัฒนาแบบฝึกทักษะ  
เรื่อง ประพจน์และนิเสธของประพจน์ นี้ จนสำเร็จลุล่วงไปด้วยดี

จึงขอขอบพระคุณ มา ณ โอกาสนี้

ธัญชนก สิริบุญตา

## สารบัญ

หน้า

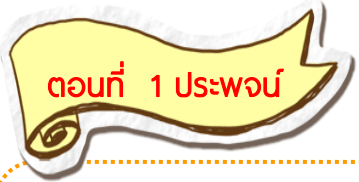
|                                           |    |
|-------------------------------------------|----|
| คำนำ                                      | ก  |
| สารบัญ                                    | ข  |
| คำชี้แจงในการใช้แบบฝึกทักษะสำหรับนักเรียน | ค  |
| แบบฝึกทักษะ ชุดที่ 1                      | 1  |
| เฉลยแบบฝึกทักษะชุดที่ 1                   | 19 |
| บรรณานุกรม                                | 29 |

## คำชี้แจงในการใช้แบบฝึกทักษะสำหรับนักเรียน

1. นักเรียนต้องมีความซื่อสัตย์ต่อตนเองไม่เปิดดูคำตอบก่อนตอบคำถามหรือทำแบบฝึกทักษะ
2. คำชี้แจงในแบบฝึกทักษะให้เข้าใจ พร้อมกับทำความเข้าใจตัวอย่างประกอบ และนักเรียนฟังคำอธิบายเพิ่มเติมจากครู เมื่อนักเรียนเข้าใจแล้วให้ลงมือทำ
3. นักเรียนทำแบบฝึกทักษะตามลำดับ หากพบข้อสงสัยรีบถามครูทันทีแล้วทำต่อจนเสร็จ
4. นักเรียนตรวจแบบฝึกทักษะจากเฉลยแบบฝึกทักษะ



## ประพจน์



### ตอนที่ 1 ประพจน์

**ประพจน์** คือ ประโยคบอกเล่าหรือประโยคปฏิเสธที่เป็นจริง หรือเท็จอย่างแน่นอน

ข้อความที่ไม่เป็นประพจน์ ได้แก่ ประโยคคำถาม ประโยคคำสั่ง ห้าม ขอร้อง อ้อนวอน และประโยคแสดงความปรารถนา หรือประโยคอุทาน

#### ตัวอย่าง 1 จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้ว่าเป็นประพจน์หรือไม่เป็นประพจน์พร้อมให้เหตุผล

1. “ $\sqrt{3}$  เป็นจำนวนตรรกยะ”  
เป็นประพจน์ เพราะ เป็นเท็จ
2. “ $\sqrt{3}$  ไม่เป็นจำนวนตรรกยะ”  
เป็นประพจน์ เพราะ เป็นจริง
3.  $2+3=4$   
เป็นประพจน์ เพราะ เป็นเท็จ
4.  $2+8=10$   
เป็นประพจน์ เพราะ เป็นจริง
5. ประเทศไทยมีประชากรมากกว่าประเทศจีน  
เป็นประพจน์ เพราะ เป็นเท็จ
6. จังหวัดเลยเป็นจังหวัดหนึ่งของประเทศไทย  
เป็นประพจน์ เพราะ เป็นจริง

## ตัวอย่าง 2 จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้ว่าเป็นประพจน์หรือไม่เป็นประพจน์พร้อมให้เหตุผล

1. นกไปไหน  
ไม่เป็นประพจน์ เพราะบอกไม่ได้ว่าเป็นจริงหรือเท็จ
2. น้องไปเอาน้ำมาให้พี่ดื่มเร็ว ๆ  
ไม่เป็นประพจน์ เพราะบอกไม่ได้ว่าเป็นจริงหรือเท็จ
3. ช่วยผมทำการบ้านหน่อย  
ไม่เป็นประพจน์ เพราะบอกไม่ได้ว่าเป็นจริงหรือเท็จ
4. อียเจ็บ  
ไม่เป็นประพจน์ เพราะบอกไม่ได้ว่าเป็นจริงหรือเท็จ
5.  $x+5=2$   
ไม่เป็นประพจน์ เพราะบอกไม่ได้ว่าเป็นจริงหรือเท็จ
6. ช่วยด้วย  
ไม่เป็นประพจน์ เพราะบอกไม่ได้ว่าเป็นจริงหรือเท็จ

### แบบฝึกทักษะ 1.1 เรื่อง ประพจน์

**คำชี้แจง** จงพิจารณาว่า ข้อความต่อไปนี้ประพจน์หรือไม่ เพราะเหตุใด(20คะแนน)

1. 0 เป็นจำนวนคู่ .....
2.  $\pi = \frac{22}{7}$  .....
3.  $\sqrt{x^2} = x$  เมื่อ  $x$  เป็นจำนวนจริง .....
4.  $A \cup B = A$  .....
5. ไม่ว่า  $x$  เป็นจำนวนจริงใดๆ ก็ตาม  $x^2 > 0$  .....
6.  $x + 15$  .....
7. ขอให้สอบคณิตศาสตร์ได้เกรด 4 .....
8. เส้นตรงที่ตั้งฉากกันย่อมมีความชันไม่เท่ากัน .....
9. กรุณาอย่าส่งเสียงดัง .....
10. เถอมนี่เราคงสอบตกแน่ๆ .....
11. เซตของจุดบนระนาบเป็นเซตอนันต์ .....
12. ยุงร้ายกว่าเสือ .....
13. 1 สัปดาห์ มี 7 วัน.....
14. ไก่ออกลูกเป็นไข่ .....
15. ห้ามเข้าก่อนได้รับอนุญาต.....
16.  $3 \in \{1,2,3\}$  .....
17. 1 เป็นจำนวนเฉพาะ .....
18.  $\pi + 2$  เป็นจำนวนอตรรกยะ .....
19.  $x + 3 = 5$  .....
20.  $\sqrt{-9}$  ไม่เป็นจำนวนอตรรกยะ.....

## ตอนที่ 2 การเชื่อมประพจน์ด้วย “และ”

เราจะใช้ตัวอักษร เช่น  $p, q$  แทนประพจน์

ค่าความจริงของประพจน์ แบ่งเป็น 2 ชนิด

ค่าความจริงของประพจน์ที่เป็นจริง แทนด้วย T

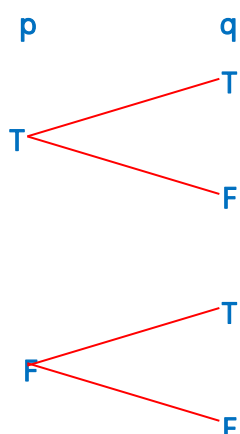
ค่าความจริงของประพจน์ที่เป็นเท็จ แทนด้วย F

การพิจารณาค่าความจริงที่เป็นไปได้

ถ้ามีประพจน์เดียว คือ  $p$  จะมีกรณีเกี่ยวกับค่าความจริงเกิดขึ้นได้ 2 กรณี

คือ จริงซึ่งจะเขียนแทนด้วย T หรือเท็จ ซึ่งจะเขียนแทนด้วย F

ถ้ามีสองประพจน์คือ  $p$  และ  $q$  จะมีกรณีเกี่ยวกับค่าความจริง ที่อาจเกิดขึ้นได้ทั้งหมด 4 กรณี เพราะ T และ F ของ  $p$  ต่างก็จะจับคู่กรณี T และ F ของ  $q$  ดังนี้



| p | q |
|---|---|
| T | T |
| T | F |
| F | T |
| F | F |

ถ้ามีประพจน์ย่อย  $n$  จำนวนประพจน์ การพิจารณาค่าความจริงของประพจน์ย่อยทั้งหมดจะพิจารณาได้ถึง  $2^n$  กรณี

## ตัวอย่าง 3 กำหนดประพจน์ 2 ประพจน์ ที่เชื่อมประพจน์ด้วย “และ” ดังนี้

$$\begin{aligned}\text{พิจารณาประพจน์} \quad 1 + 2 &= 2 + 1 \\ 3 \times 2 &= 2 \times 3\end{aligned}$$

เมื่อเชื่อมประพจน์ทั้งสองด้วย “และ” จะได้ประพจน์ใหม่คือ

$$1 + 2 = 2 + 1 \quad \text{และ} \quad 3 \times 2 = 2 \times 3$$

$$\text{ถ้าให้ } p \text{ แทน } 1 + 2 = 2 + 1$$

$$\text{และ } q \text{ แทน } 3 \times 2 = 2 \times 3$$

$$\text{ดังนั้น } p \wedge q \text{ แทน } 1 + 2 = 2 + 1 \quad \text{และ} \quad 3 \times 2 = 2 \times 3$$

ในการเชื่อมประพจน์ด้วย “และ” มีข้อตกลงว่าประพจน์ใหม่จะเป็นจริงในกรณีที่ประพจน์ที่นำมาเชื่อมนั้นเป็นจริงทั้งคู่ ส่วนกรณีอื่นๆ เป็นเท็จทุกกรณี

ถ้า  $p$  และ  $q$  เป็นประพจน์ ประพจน์ใหม่ที่ได้จากการเชื่อม  $p$  กับ  $q$  ด้วย “และ” คือ  $p$  และ  $q$  เขียนแทนด้วย  $p \wedge q$  เขียนได้ดังนี้

| $p$ | $q$ | $p \wedge q$ |
|-----|-----|--------------|
| T   | T   | T            |
| T   | F   | F            |
| F   | T   | F            |
| F   | F   | F            |

## ตอนที่ 2 การเชื่อมประพจน์ด้วย “หรือ”

### ตัวอย่าง 4 กำหนดประพจน์ 2 ประพจน์ ที่เชื่อมประพจน์ด้วย “หรือ”

พิจารณาประพจน์  $1 + 5 = 5 + 1$

$$4(2 + 3) = (4 \times 2) + (4 \times 3)$$

เมื่อเชื่อมประพจน์ทั้งสองด้วย “หรือ” จะได้ประพจน์ใหม่คือ

$$1 + 5 = 5 + 1 \text{ หรือ } 4(2 + 3) = (4 \times 2) + (4 \times 3)$$

ถ้าให้  $p$  แทน  $1 + 5 = 5 + 1$

และ  $q$  แทน  $4(2 + 3) = (4 \times 2) + (4 \times 3)$

ดังนั้น  $p \vee q$  แทน  $1 + 5 = 5 + 1$  หรือ  $4(2 + 3) = (4 \times 2) + (4 \times 3)$

ถ้า  $p$  และ  $q$  เป็นประพจน์ ประพจน์ใหม่ที่เกิดจากการเชื่อมด้วย “หรือ” คือ  $p$  หรือ  $q$  เขียนแทนด้วย  $p \vee q$  และตารางค่าความจริงของ  $p \vee q$  เขียนได้ดังนี้

| $p$ | $q$ | $p \vee q$ |
|-----|-----|------------|
| T   | T   | T          |
| T   | F   | T          |
| F   | T   | T          |
| F   | F   | F          |

## แบบฝึกทักษะ 1.2

เรื่อง การเขียนประโยคที่เชื่อมด้วย “และ” “หรือ” ให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์

คำชี้แจง จงเขียนประโยคต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ (10 คะแนน)

- 5 เป็นจำนวนคู่ และ  $5^2$  เป็นจำนวนคี่  
เขียนในรูปสัญลักษณ์โดยให้  $p$  แทน 5 เป็นจำนวนคู่  $q$  แทน  $5^2$  เป็นจำนวนคี่  
ดังนั้น  $p \wedge q$  แทน 5 เป็นจำนวนคู่ และ  $5^2$  เป็นจำนวนคี่
- 10 เป็นจำนวนเต็ม และ เป็นจำนวนตรรกยะ  
เขียนในรูปสัญลักษณ์โดยให้  $p$  แทน .....  
 $q$  แทน .....  
ดังนั้น ..... แทน .....
- 4 เป็นจำนวนคู่ หรือ 6 เป็นจำนวนคี่  
เขียนในรูปสัญลักษณ์โดยให้  $p$  แทน .....  
 $q$  แทน .....  
ดังนั้น ..... แทน .....
- $\sqrt{3}$  เป็นจำนวนตรรกยะ หรือ เป็นจำนวนอตรรกยะ  
เขียนในรูปสัญลักษณ์โดยให้  $p$  แทน .....  
 $q$  แทน .....  
ดังนั้น ..... แทน .....
- $\pi$  เป็นจำนวนอตรรกยะ แต่  $\frac{22}{7}$  เป็นจำนวนตรรกยะ  
เขียนในรูปสัญลักษณ์โดยให้  $p$  แทน .....  
 $q$  แทน .....  
ดังนั้น ..... แทน .....

6. เต๋ามี 4 ขา และลิงมี 2 ขา

เขียนในรูปสัญลักษณ์โดยให้ p แทน .....

q แทน .....

ดังนั้น ..... แทน .....

7. แมวออกลูกเป็นตัว แต่หมาออกลูกเป็นไข่

เขียนในรูปสัญลักษณ์โดยให้ p แทน .....

q แทน .....

ดังนั้น ..... แทน .....

8. 1 ปีมี 365 วัน หรือ 366 วัน

เขียนในรูปสัญลักษณ์โดยให้ p แทน .....

q แทน .....

ดังนั้น ..... แทน .....

9.  $2+3>7$  และ  $5+3 = 8$

เขียนในรูปสัญลักษณ์โดยให้ p แทน .....

q แทน .....

ดังนั้น ..... แทน .....

10.  $5-2=2$  หรือ  $5+3 = 8$

เขียนในรูปสัญลักษณ์โดยให้ p แทน .....

q แทน .....

ดังนั้น ..... แทน .....

## แบบฝึกทักษะ 1.3

เรื่อง การเขียนข้อความแทนประยคสัญลักษณ์ที่เชื่อมด้วย “และ” “หรือ”

คำชี้แจง จงเขียนข้อความแทนประยคสัญลักษณ์ที่เชื่อมด้วย “และ” “หรือ” (8 คะแนน)

1. เมื่อกำหนดให้  $p$  แทน  $\sqrt{2}$  ไม่ใช่จำนวนตรรกยะ  
 $q$  แทน  $\sqrt{2}$  เป็นจำนวนจริง

1)  $p \wedge \sim q$

.....

.....

.....

.....

2)  $p \vee q$

.....

.....

.....

.....

3)  $\sim p \wedge \sim q$

.....

.....

.....

.....

4)  $\sim p \vee q$

.....

.....

.....

.....

$$5) \sim p \vee \sim q$$

.....

.....

.....

.....

2. กำหนดให้

|   |     |   |                 |
|---|-----|---|-----------------|
| p | แทน | 2 | เป็นจำนวนเต็ม   |
| q | แทน | 2 | เป็นจำนวนตรรกยะ |
| r | แทน | 2 | หาร 10 ลงตัว    |

$$1) (p \vee q) \wedge r$$

.....

.....

.....

$$2) (\sim p \vee q) \vee r$$

.....

.....

.....

$$3) (\sim p \wedge \sim q) \vee \sim r$$

.....

.....

.....

### ตอนที่ 3 การเชื่อมประพจน์ด้วย “ถ้า.....แล้ว.....”

#### ตัวอย่าง 5 กำหนดประพจน์ 2 ประพจน์ ดังนี้

พิจารณาประพจน์  $2 + 3 = 3 + 2$

$$6(2 + 3) = 6(3 + 2)$$

เมื่อเชื่อมด้วย “ถ้า.....แล้ว.....” ประพจน์ที่เกิดขึ้นใหม่ คือ

ถ้า  $2 + 3 = 3 + 2$  แล้ว  $6(2 + 3) = 6(3 + 2)$

ถ้าให้  $p$  แทน  $2 + 3 = 3 + 2$

และ  $q$  แทน  $6(2 + 3) = 6(3 + 2)$

ดังนั้น  $p \rightarrow q$  แทน ถ้า  $2 + 3 = 3 + 2$  แล้ว  $6(2 + 3) = 6(3 + 2)$

ประพจน์ซึ่งตามหลังคำว่า “ถ้า” เรียกว่า เหตุ ส่วนประพจน์ซึ่งตามหลังคำว่า “แล้ว” เรียกว่า ผล

ถ้า  $p$  และ  $q$  เป็นประพจน์ ประพจน์ใหม่ที่ได้จากการเชื่อมด้วย “ถ้า.....แล้ว.....” คือ ถ้า  $p$  แล้ว  $q$  เขียนแทนด้วย  $p \rightarrow q$  และตารางค่าความจริงของ  $p \rightarrow q$  เขียนได้ดังนี้

| $p$ | $q$ | $p \rightarrow q$ |
|-----|-----|-------------------|
| T   | T   | T                 |
| T   | F   | F                 |
| F   | T   | T                 |
| F   | F   | T                 |

จะเห็นว่า ค่าความจริงของ  $p \rightarrow q$  จะเป็นเท็จเพียงกรณีเดียวคือ  $p$  เป็นจริง  $q$  เป็นเท็จ นอกนั้นกรณีอื่นๆ มีค่าความจริง



ตอนที่ 4 การเชื่อมประพจน์ด้วย ตัวเชื่อม “.....ก็ต่อเมื่อ.....”

ตัวอย่าง 6 กำหนดประพจน์ 2 ประพจน์ ดังนี้

พิจารณาประพจน์  $2(3 + 2) = 2 \times 5$

$$3 + 2 = 5$$

เมื่อใช้ตัวเชื่อม “.....ก็ต่อเมื่อ.....” ประพจน์ที่ได้ใหม่คือ

$$2(3 + 2) = 2 \times 5 \text{ ก็ต่อเมื่อ } 3 + 2 = 5$$

ถ้าให้  $p$  แทน  $2(3 + 2) = 2 \times 5$

และ  $q$  แทน  $3 + 2 = 5$

ดังนั้น  $p \leftrightarrow q$  แทน  $2(3 + 2) = 2 \times 5 \text{ ก็ต่อเมื่อ } 3 + 2 = 5$

ถ้า  $p$  และ  $q$  เป็นประพจน์ ประพจน์ใหม่ที่ได้จากการเชื่อมด้วย “.....ก็ต่อเมื่อ...” คือ  $p$  ก็ต่อเมื่อ  $q$  เขียนแทนด้วย  $p \leftrightarrow q$  และตารางค่าความจริงของ  $p \leftrightarrow q$  เขียนได้ดังนี้

| $p$ | $q$ | $p \leftrightarrow q$ |
|-----|-----|-----------------------|
| T   | T   | T                     |
| T   | F   | F                     |
| F   | T   | F                     |
| F   | F   | T                     |

จะเห็นว่าค่าความจริงของประพจน์  $p \leftrightarrow q$  จะเป็นจริง เมื่อประพจน์ที่นำมาเชื่อมเป็นจริงทั้งคู่ หรือเป็นเท็จทั้งคู่

## แบบฝึกทักษะ 1.4

## เรื่อง การเชื่อมด้วย “ถ้า...แล้ว...” “...ก็ต่อเมื่อ...”

**คำชี้แจง** ให้เปลี่ยนประโยคต่อไปนี้ ให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์พร้อมหาค่าความจริง(10 คะแนน)

- ถ้า 4 เป็นจำนวนคู่แล้ว  $4^2$  เป็นจำนวนคู่  
เขียนในรูปสัญลักษณ์โดยให้ p แทน .....  
q แทน .....  
ดังนั้น ..... แทน .....
- $3 \leq 2$  ก็ต่อเมื่อ  $3 \geq 4$   
เขียนในรูปสัญลักษณ์โดยให้ p แทน .....  
q แทน .....  
ดังนั้น ..... แทน .....
- ถ้าเดือนมกราคมมี 31 วัน แล้วเดือนพฤศจิกายนมี 30 วัน  
เขียนในรูปสัญลักษณ์โดยให้ p แทน .....  
q แทน .....  
ดังนั้น ..... แทน .....
- ถ้า  $5 + 5 \neq 10$  แล้ว  $5 \times 5 = 25$   
เขียนในรูปสัญลักษณ์โดยให้ p แทน .....  
q แทน .....  
ดังนั้น ..... แทน .....
- $2 + 3 = 5$  ก็ต่อเมื่อ  $2(2 + 3) = 2 \times 5$   
เขียนในรูปสัญลักษณ์โดยให้ p แทน .....  
q แทน .....  
ดังนั้น ..... แทน .....

6. ถ้า  $12 + 3 = 15$  แล้ว  $15 - 3 \neq 12$   
เขียนในรูปสัญลักษณ์โดยให้ p แทน .....  
q แทน .....  
ดังนั้น ..... แทน .....
7. 16 เป็นจำนวนคู่ ก็ต่อเมื่อ 2หาร 16 ลงตัว  
เขียนในรูปสัญลักษณ์โดยให้ p แทน .....  
q แทน .....  
ดังนั้น ..... แทน .....
8. ถ้า 3 เป็นจำนวนคู่ แล้ว  $3^2$  เป็นจำนวนคี่  
เขียนในรูปสัญลักษณ์โดยให้ p แทน .....  
q แทน .....  
ดังนั้น ..... แทน .....
9. 0 เป็นจำนวนคู่ ก็ต่อเมื่อ 0หารด้วย 2 ลงตัว  
เขียนในรูปสัญลักษณ์โดยให้ p แทน .....  
q แทน .....  
ดังนั้น ..... แทน .....
10. ถ้า  $2+5=7$  แล้ว  $7-2=5$   
เขียนในรูปสัญลักษณ์โดยให้ p แทน .....  
q แทน .....  
ดังนั้น ..... แทน .....

## แบบฝึกทักษะ 1.5

## เรื่อง การเชื่อมด้วย “ถ้า...แล้ว...” “...ก็ต่อเมื่อ...”

**คำชี้แจง** ให้เขียนข้อความแทนสัญลักษณ์ที่กำหนดให้(10 คะแนน)

1. กำหนดให้  $p$  แทน 2 เป็นจำนวนคู่  
 $q$  แทน 2 ไม่เป็นจำนวนเฉพาะ

1)  $p \rightarrow \sim q$

เขียนข้อความ:.....

2)  $\sim p \rightarrow q$

เขียนข้อความ:.....

3)  $\sim p \leftrightarrow \sim q$

เขียนข้อความ:.....

4)  $(p \wedge \sim q) \rightarrow \sim p$

เขียนข้อความ:.....

5)  $q \rightarrow (p \vee \sim q)$

เขียนข้อความ:.....

2. เมื่อกำหนดให้  $p$  แทน ค้างคาวเป็นสัตว์ปีก  
 $q$  แทน นกเป็นสัตว์ปีก  
 $r$  แทน ค้างคาวเป็นนก

1)  $p \rightarrow r$

เขียนข้อความ:.....

2)  $\sim r \leftrightarrow (p \wedge q)$

เขียนข้อความ:.....

3)  $\sim p \rightarrow (q \vee \sim r)$

เขียนข้อความ:.....

4)  $(p \wedge q) \rightarrow r$

เขียนข้อความ:.....

5)  $(p \wedge r) \rightarrow (q \vee r)$

เขียนข้อความ:.....

### ตอนที่ 5 นิเสธของประพจน์

การสร้างประพจน์ใหม่ จากประพจน์ที่กำหนดให้ นอกจากจะใช้วิธีการเชื่อมประพจน์ด้วยตัวเชื่อม  $\wedge, \vee, \rightarrow$  หรือ  $\leftrightarrow$  แล้ว เรายังสามารถสร้างประพจน์ใหม่ได้อีกแบบหนึ่ง คือ ใช้วิธีการเติมข้อความ “ไม่เป็นความจริงที่ว่า” ลงหน้าประพจน์เดิมประพจน์หนึ่ง เช่น

ถ้ากำหนดประพจน์ “จังหวัดภูเก็ตเป็นเกาะ” ถ้าเติมข้อความ “ไม่เป็นความจริงที่ว่า” ลงข้างหน้าประพจน์นี้ จะได้ประพจน์ที่มีข้อความดังนี้ “ไม่เป็นความจริงที่ว่า จังหวัดภูเก็ตเป็นเกาะ”

ประพจน์นี้มีลักษณะตรงข้ามหรือปฏิเสธประพจน์เดิม จึงความหมายเช่นเดียวกับข้อความดังนี้

“จังหวัดภูเก็ตไม่เป็นเกาะ” ประพจน์ดังกล่าว เรียกว่า “นิเสธของประพจน์เดิม”

ตัวอย่าง 7 นิเสธของประพจน์  $2 + 3 = 5$  คือ  $2 + 3 \neq 5$

นิเสธของประพจน์  $2 < 3$  คือ  $2 \nless 3$  (อ่านว่า 2 ไม่น้อยกว่า 3 หมายความว่า 2

อาจเท่ากับ 3 หรือมากกว่า 3 ซึ่งเขียนได้อีกแบบหนึ่งว่า  $2 \geq 3$ )

ถ้าให้  $p$  เป็นประพจน์ นิเสธของประพจน์  $p$  เขียนแทนด้วย  $\sim p$  และตารางค่าความจริงของ  $\sim p$  เขียนได้ดังนี้

| $p$ | $\sim p$ |
|-----|----------|
| T   | F        |
| F   | T        |

แบบฝึกทักษะ 1.6  
เรื่อง นิเสธของประพจน์

**คำชี้แจง** จงหา นิเสธของประพจน์ต่อไปนี้ และค่าความจริงของประพจน์ที่เป็นนิเสธกัน  
(10 คะแนน)

1.  $\sqrt{-1}$  เป็นจำนวนจริง  
นิเสธคือ .....
2.  $|2+5| = |2|+|5|$   
นิเสธคือ .....
3.  $|5-2| \geq |5|-|2|$   
นิเสธคือ .....
4.  $5 \in \{1,3,5,7,9\}$   
นิเสธคือ .....
5.  $p < \frac{22}{7}$   
นิเสธคือ .....
6.  $\sqrt{2}$  ไม่เป็นจำนวนจริง  
นิเสธคือ .....
7. สามเหลี่ยมหน้าจั่วเป็นสามเหลี่ยมด้านเท่า  
นิเสธคือ .....
8. ผลบวกของมุมภายในทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมเท่ากับสองมุมฉาก  
นิเสธคือ .....
9.  $3 \times 4$  ไม่น้อยกว่า  $4 \times 3$   
นิเสธคือ .....
10.  $12+7=19$   
นิเสธคือ .....

แบบฝึกทักษะ 1.7  
เรื่อง นิเสธของประพจน์

**คำชี้แจง** จงเขียนข้อความแทนสัญลักษณ์ของประพจน์ (6 คะแนน)

1. กำหนดให้  $p$  แทน 2 เป็นจำนวนเต็ม

$q$  แทน  $\sqrt{2}$  เป็นจำนวนตรรกยะ

$r$  แทน  $\frac{1}{2}$  เป็นจำนวนอตรรกยะ

1)  $\sim p \vee \sim q$  เขียนแทนด้วยข้อความ:.....

.....

2)  $\sim p \rightarrow \infty q$  เขียนแทนด้วยข้อความ:.....

.....

3)  $\sim p \wedge \sim r$  เขียนแทนด้วยข้อความ:.....

.....

2. กำหนดให้  $p$  แทน  $3 \times 8 < 8 \times 3$

$q$  แทน  $3 \times 8 < 8 \times 3$

$r$  แทน  $3-8 \neq 8-3$

1)  $\sim p \leftrightarrow \sim q$  เขียนแทนด้วยข้อความ:.....

.....

2)  $\sim p \vee \sim q$  เขียนแทนด้วยข้อความ:.....

.....

3)  $\sim p \wedge \sim r$  เขียนแทนด้วยข้อความ:.....

.....



เฉลยแบบฝึกทักษะชุดที่ 1  
เรื่อง ประพจน์

## เฉลยแบบฝึกทักษะ 1.1

1. เป็นประพจน์
2. เป็นประพจน์
3. ไม่เป็นประพจน์
4. ไม่เป็นประพจน์
5. ไม่เป็นประพจน์
6. ไม่เป็นประพจน์
7. ไม่เป็นประพจน์
8. เป็นประพจน์
9. ไม่เป็นประพจน์
10. ไม่เป็นประพจน์
11. เป็นประพจน์
12. ไม่เป็นประพจน์
13. เป็นประพจน์
14. เป็นประพจน์
15. ไม่เป็นประพจน์
16. เป็นประพจน์
17. เป็นประพจน์
18. เป็นประพจน์
19. ไม่เป็นประพจน์
20. เป็นประพจน์

## เฉลยแบบฝึกทักษะ.2

เรื่อง การเขียนประโยคที่เชื่อมด้วย “และ” “หรือ” ให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์

1. 5 เป็นจำนวนคู่ และ  $5^2$  เป็นจำนวนคี่  
 เขียนในรูปสัญลักษณ์โดยให้ p แทน 5 เป็นจำนวนคู่  
 q แทน  $5^2$  เป็นจำนวนคี่  
 ดังนั้น  $p \wedge q$  แทน 5 เป็นจำนวนคู่ และ  $5^2$  เป็นจำนวนคี่
2. 10 เป็นจำนวนเต็ม และ เป็นจำนวนตรรกยะ  
 เขียนในรูปสัญลักษณ์โดยให้ p แทน 10 เป็นจำนวนเต็ม  
 q แทน เป็นจำนวนตรรกยะ  
 ดังนั้น  $p \wedge q$  แทน 10 เป็นจำนวนเต็ม และ เป็นจำนวนตรรกยะ
3. 4 เป็นจำนวนคู่ หรือ 6 เป็นจำนวนคี่  
 เขียนในรูปสัญลักษณ์โดยให้ p แทน 4 เป็นจำนวนคู่  
 q แทน 6 เป็นจำนวนคี่  
 ดังนั้น  $(p \vee q)$  แทน 4 เป็นจำนวนคู่ หรือ 6 เป็นจำนวนคี่
4.  $\sqrt{3}$  เป็นจำนวนตรรกยะ หรือ เป็นจำนวนอตรรกยะ  
 เขียนในรูปสัญลักษณ์โดยให้ p แทน  $\sqrt{3}$  เป็นจำนวนตรรกยะ  
 q แทน  $\sqrt{3}$  เป็นจำนวนอตรรกยะ  
 ดังนั้น  $(p \vee q)$  แทน  $\sqrt{3}$  เป็นจำนวนตรรกยะ หรือ เป็นจำนวนอตรรกยะ
5.  $\pi$  เป็นจำนวนอตรรกยะ แต่  $\frac{22}{7}$  เป็นจำนวนตรรกยะ  
 เขียนในรูปสัญลักษณ์โดยให้ p แทน  $\pi$  เป็นจำนวนอตรรกยะ  
 q แทน  $\frac{22}{7}$  เป็นจำนวนตรรกยะ  
 ดังนั้น  $p \wedge q$  แทน  $\pi$  เป็นจำนวนอตรรกยะ แต่  $\frac{22}{7}$  เป็นจำนวนตรรกยะ

6. เต๋ามี 4 ขา และลึงมี 2 ขา

เขียนในรูปสัญลักษณ์โดยให้  $p$  แทน เต๋ามี 4 ขา

$q$  แทน ลึงมี 2 ขา

ดังนั้น  $p \wedge q$  แทน เต๋ามี 4 ขา และลึงมี 2 ขา

7. แมวออกลูกเป็นตัว แต่หมาออกลูกเป็นไข่

เขียนในรูปสัญลักษณ์โดยให้  $p$  แทน แมวออกลูกเป็นตัว

$q$  แทน หมาออกลูกเป็นไข่

ดังนั้น  $p \wedge q$  แทน แมวออกลูกเป็นตัว แต่หมาออกลูกเป็นไข่

8. 1 ปีมี 365 วัน หรือ 366 วัน

เขียนในรูปสัญลักษณ์โดยให้  $p$  แทน 1 ปีมี 365 วัน

$q$  แทน 1 ปีมี 366 วัน

ดังนั้น  $(p \vee q)$  แทน 1 ปีมี 365 วัน หรือ 366 วัน

9.  $2+3>7$  และ  $5+3 = 8$

เขียนในรูปสัญลักษณ์โดยให้  $p$  แทน  $2+3>7$

$q$  แทน  $5+3 = 8$

ดังนั้น  $p \wedge q$  แทน  $2+3>7$  และ  $5+3 = 8$

10.  $5-2=2$  หรือ  $5+3 = 8$

เขียนในรูปสัญลักษณ์โดยให้  $p$  แทน  $5-2=2$

$q$  แทน  $5+3 = 8$

ดังนั้น  $(p \vee q)$  แทน  $5-2=2$  หรือ  $5+3 = 8$

## เฉลยแบบฝึกทักษะ 1.3

เรื่อง การเขียนข้อความแทนประยคสัญลักษณ์ที่เชื่อมด้วย “และ” “หรือ”

คำชี้แจง จงเขียนข้อความแทนประยคสัญลักษณ์ที่เชื่อมด้วย “และ” “หรือ”

1. เมื่อกำหนดให้  $p$  แทน  $\sqrt{2}$  ไม่ใช่จำนวนตรรกยะ  
 $q$  แทน  $\sqrt{2}$  เป็นจำนวนจริง
  - 1)  $p \wedge q$   
 เขียนข้อความ:  $\sqrt{2}$  ไม่ใช่จำนวนตรรกยะ และ  $\sqrt{2}$  เป็นจำนวนจริง
  - 2)  $p \vee q$   
 เขียนข้อความ:  $\sqrt{2}$  ไม่ใช่จำนวนตรรกยะ หรือ  $\sqrt{2}$  เป็นจำนวนจริง
  - 3)  $\sim p \wedge \sim q$   
 เขียนข้อความ:  $\sqrt{2}$  เป็นจำนวนตรรกยะ และ  $\sqrt{2}$  ไม่เป็นจำนวนจริง
  - 4)  $\sim p \vee q$   
 เขียนข้อความ:  $\sqrt{2}$  เป็นจำนวนตรรกยะ หรือ  $\sqrt{2}$  เป็นจำนวนจริง
  - 5)  $\sim p \vee \sim q$   
 เขียนข้อความ:  $\sqrt{2}$  เป็นจำนวนตรรกยะ หรือ  $\sqrt{2}$  ไม่เป็นจำนวนจริง
2. กำหนดให้  $p$  แทน 2 เป็นจำนวนเต็ม  
 $q$  แทน 2 เป็นจำนวนตรรกยะ  
 $r$  แทน 2 หาร 10 ลงตัว
  - 1)  $(p \vee q) \wedge r$   
 เขียนข้อความ: 2 เป็นจำนวนเต็มหรือเป็นจำนวนตรรกยะและหาร 10 ลงตัว
  - 2)  $(\sim p \vee q) \vee r$   
 เขียนข้อความ: 2 ไม่เป็นจำนวนเต็มหรือเป็นจำนวนตรรกยะหรือหาร 10 ลงตัว
  - 3)  $(\sim p \wedge \sim q) \vee \sim r$   
 เขียนข้อความ: 2 ไม่เป็นจำนวนเต็มและไม่เป็นจำนวนตรรกยะหรือหาร 10 ไม่ลงตัว

## เฉลยแบบฝึกทักษะ 1.4

เรื่อง การเชื่อมด้วย “ถ้า...แล้ว...” “...ก็ต่อเมื่อ...”

คำชี้แจง ให้เปลี่ยนประโยคต่อไปนี้ ให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์พร้อมหาค่าความจริง

- ถ้า 4 เป็นจำนวนคู่แล้ว  $4^2$  เป็นจำนวนคู่  
เขียนในรูปสัญลักษณ์โดยให้  $p$  แทน 4 เป็นจำนวนคู่  
 $q$  แทน  $4^2$  เป็นจำนวนคู่  
ดังนั้น  $p \rightarrow q$  แทน ถ้า 4 เป็นจำนวนคู่แล้ว  $4^2$  เป็นจำนวนคู่
- $3 \leq 2$  ก็ต่อเมื่อ  $3 \geq 4$   
เขียนในรูปสัญลักษณ์โดยให้  $p$  แทน  $3 \leq 2$   
 $q$  แทน  $3 \geq 4$   
ดังนั้น  $p \leftrightarrow q$  แทน  $3 \leq 2$  ก็ต่อเมื่อ  $3 \geq 4$
- ถ้าเดือนมกราคมมี 31 วัน แล้วเดือนพฤศจิกายนมี 30 วัน  
เขียนในรูปสัญลักษณ์โดยให้  $p$  แทน เดือนมกราคมมี 31 วัน  
 $q$  แทน เดือนพฤศจิกายนมี 30 วัน  
ดังนั้น  $p \rightarrow q$  แทน ถ้าเดือนมกราคมมี 31 วัน แล้วเดือนพฤศจิกายนมี 30 วัน
- ถ้า  $5+5 \neq 10$  แล้ว  $5 \times 5 = 25$   
เขียนในรูปสัญลักษณ์โดยให้  $p$  แทน  $5+5 \neq 10$   
 $q$  แทน  $5 \times 5 = 25$   
ดังนั้น  $p \rightarrow q$  แทน ถ้า  $5+5 \neq 10$  แล้ว  $5 \times 5 = 25$
- $2+3=5$  ก็ต่อเมื่อ  $2(2+3)=2 \times 5$   
เขียนในรูปสัญลักษณ์โดยให้  $p$  แทน  $2+3=5$   
 $q$  แทน  $2(2+3)=2 \times 5$   
ดังนั้น  $p \leftrightarrow q$  แทน  $2+3=5$  ก็ต่อเมื่อ  $2(2+3)=2 \times 5$

6. ถ้า  $12 + 3 = 15$  แล้ว  $15 - 3 \neq 12$   
 เขียนในรูปสัญลักษณ์โดยให้  $p$  แทน  $12 + 3 = 15$   
 $q$  แทน  $15 - 3 \neq 12$   
 ดังนั้น  $p \rightarrow q$  แทน ถ้า  $12 + 3 = 15$  แล้ว  $15 - 3 \neq 12$
7. 16 เป็นจำนวนคู่ ก็ต่อเมื่อ 2หาร 16 ลงตัว  
 เขียนในรูปสัญลักษณ์โดยให้  $p$  แทน 16 เป็นจำนวนคู่  
 $q$  แทน 2 หาร 16 ลงตัว  
 ดังนั้น  $p \leftrightarrow q$  แทน 16 เป็นจำนวนคู่ ก็ต่อเมื่อ 2 หาร 16 ลงตัว
8. ถ้า 3 เป็นจำนวนคู่ แล้ว  $3^2$  เป็นจำนวนคี่  
 เขียนในรูปสัญลักษณ์โดยให้  $p$  แทน 3 เป็นจำนวนคู่  
 $q$  แทน  $3^2$  เป็นจำนวนคี่  
 ดังนั้น  $p \rightarrow q$  แทน ถ้า 3 เป็นจำนวนคู่ แล้ว  $3^2$  เป็นจำนวนคี่
9. 0 เป็นจำนวนคู่ ก็ต่อเมื่อ 0 หารด้วย 2 ลงตัว  
 เขียนในรูปสัญลักษณ์โดยให้  $p$  แทน 0 เป็นจำนวนคู่  
 $q$  แทน 0 หารด้วย 2 ลงตัว  
 ดังนั้น  $p \leftrightarrow q$  แทน 0 เป็นจำนวนคู่ ก็ต่อเมื่อ 0 หารด้วย 2 ลงตัว
10. ถ้า  $2+5=7$  แล้ว  $7-2=5$   
 เขียนในรูปสัญลักษณ์โดยให้  $p$  แทน  $2+5=7$   
 $q$  แทน  $7-2=5$   
 ดังนั้น  $p \rightarrow q$  แทน ถ้า  $2+5=7$  แล้ว  $7-2=5$

## เฉลยแบบฝึกทักษะ 1.5

เรื่อง การเชื่อมด้วย “ถ้า...แล้ว...” “...ก็ต่อเมื่อ...”

คำชี้แจง ให้เขียนข้อความแทนสัญลักษณ์ที่กำหนดให้

1. กำหนดให้  $p$  แทน 2 เป็นจำนวนคู่  
 $q$  แทน 2 ไม่เป็นจำนวนเฉพาะ

1)  $p \rightarrow \sim q$

เขียนข้อความ: ถ้า 2 เป็นจำนวนคู่แล้ว 2 เป็นจำนวนเฉพาะ

2)  $\sim p \rightarrow q$

เขียนข้อความ: ถ้า 2 ไม่เป็นจำนวนคู่แล้ว 2 ไม่เป็นจำนวนเฉพาะ

3)  $\sim p \leftrightarrow \sim q$

เขียนข้อความ: 2 ไม่เป็นจำนวนคู่ก็ต่อเมื่อ 2 เป็นจำนวนเฉพาะ

4)  $(p \sim q) \rightarrow \sim p$

เขียนข้อความ: ถ้า 2 เป็นจำนวนคู่และเป็นจำนวนเฉพาะ แล้ว 2 ไม่เป็นจำนวนคู่

5)  $q \rightarrow (p \vee \sim q)$

เขียนข้อความ: ถ้า 2 ไม่เป็นจำนวนเฉพาะแล้ว 2 เป็นจำนวนคู่หรือเป็นจำนวนเฉพาะ

2. เมื่อกำหนดให้  $p$  แทน ค้างคาวเป็นสัตว์ปีก  
 $q$  แทน นกเป็นสัตว์ปีก  
 $r$  แทน ค้างคาวเป็นนก

1)  $p \rightarrow r$

เขียนข้อความ: ถ้า ค้างคาวเป็นสัตว์ปีก แล้ว ค้างคาวเป็นนก

2)  $\sim r \leftrightarrow (p \wedge q)$

เขียนข้อความ: ค้างคาวไม่เป็นนก ก็ต่อเมื่อค้างคาวเป็นสัตว์ปีกและนกเป็นสัตว์ปีก

3)  $\sim p \rightarrow (q \vee \sim r)$

เขียนข้อความ: ถ้า ค้างคาวไม่เป็นสัตว์ปีก แล้วนกเป็นสัตว์ปีกหรือค้างคาวไม่เป็นนก

4)  $(p \wedge q) \rightarrow r$

เขียนข้อความ: ถ้า ค้างคาวเป็นสัตว์ปีก และนกเป็นสัตว์ปีก แล้ว ค้างคาวเป็นนก

5)  $(p \wedge r) \rightarrow (q \vee r)$

เขียนข้อความ: ถ้า ค้างคาวเป็นสัตว์ปีกและเป็นนก แล้ว นกเป็นสัตว์ปีกหรือค้างคาวเป็นนก

## เฉลยแบบฝึกทักษะ 1.6

เรื่อง นิเสธของประพจน์

คำชี้แจง จงหา นิเสธของประพจน์ต่อไปนี้ และค่าความจริงของประพจน์ที่เป็นนิเสธกับ

1.  $\sqrt{-1}$  เป็นจำนวนจริง  
นิเสธคือ  $\sqrt{-1}$  ไม่เป็นจำนวนจริง
2.  $|2+5| = |2| + |5|$   
นิเสธคือ  $|2+5| \neq |2| + |5|$
3.  $|5-2| \geq |5| - |2|$   
นิเสธคือ  $|5-2| < |5| - |2|$
4.  $5 \in \{1, 3, 5, 7, 9\}$   
นิเสธคือ  $5 \notin \{1, 3, 5, 7, 9\}$
5.  $\pi < \frac{22}{7}$   
นิเสธคือ  $\pi \geq \frac{22}{7}$
6.  $\sqrt{2}$  ไม่เป็นจำนวนจริง  
นิเสธคือ  $\sqrt{2}$  เป็นจำนวนจริง
7. สามเหลี่ยมหน้าจั่วเป็นสามเหลี่ยมด้านเท่า  
นิเสธคือ สามเหลี่ยมหน้าจั่วไม่เป็นสามเหลี่ยมด้านเท่า
8. ผลบวกของมุมภายในทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมเท่ากับสองมุมจาก  
นิเสธคือ ผลบวกของมุมภายในทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมไม่เท่ากับสองมุมจาก
9.  $3 \times 4$  ไม่น้อยกว่า  $4 \times 3$   
นิเสธคือ  $3 \times 4$  มากกว่าหรือเท่ากับ  $4 \times 3$
10.  $12+7=19$   
นิเสธคือ  $12+7 \neq 19$

## เฉลยแบบฝึกทักษะ 1.7

## เรื่อง นิเสธของประพจน์

คำชี้แจง จงเขียนข้อความแทนสัญลักษณ์ของประพจน์

1. กำหนดให้  $p$  แทน 2 เป็นจำนวนเต็ม $q$  แทน  $\sqrt{2}$  เป็นจำนวนตรรกยะ $r$  แทน  $\frac{1}{2}$  เป็นจำนวนอตรรกยะ1)  $\sim p \vee \sim q$  เขียนแทนด้วยข้อความ: 2 ไม่เป็นจำนวนเต็มหรือไม่เป็นจำนวนตรรกยะ2)  $\sim p \rightarrow q$  เขียนแทนด้วยข้อความ: ถ้า 2 ไม่เป็นจำนวนเต็มแล้ว  $\sqrt{2}$ 

เป็นจำนวนตรรกยะ

3)  $\sim p \wedge \sim r$  เขียนแทนด้วยข้อความ: 2 ไม่เป็นจำนวนเต็มและ  $\frac{1}{2}$  ไม่เป็นจำนวน

อตรรกยะ

2. กำหนดให้  $p$  แทน  $3 \times 8 < 8 \times 3$  $q$  แทน  $3 \times 8 < x \times 3$  $r$  แทน  $3-8 \neq 8-3$ 1)  $\sim p \leftrightarrow \sim q$  เขียนแทนด้วยข้อความ:  $3 \times 8 \geq 8 \times 3$  ก็ต่อเมื่อ  $3 \times 8 \geq 8 \times 3$ 2)  $\sim p \vee \sim q$  เขียนแทนด้วยข้อความ:  $3 \times 8 \geq x \times 3$  หรือ  $3 \times 8 \geq 8 \times 3$ 3)  $\sim p \wedge \sim r$  เขียนแทนด้วยข้อความ:  $3 \times 8 \geq 8 \times 3$  และ  $3-8=8-3$

## บรรณานุกรม

- กรมวิชาการ. (2545). **คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์**. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์  
คุรุสภาลาดพร้าว.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). **หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551**  
กรุงเทพ : โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์แห่งประเทศไทย.
- กวียา เนาวประทีป. (2556). **ตะลุยโจทย์คณิตศาสตร์ตรรกศาสตร์เบื้องต้น**. กรุงเทพฯ . สำนักพิมพ์  
ฟิสิกส์เซ็นเตอร์.
- ทิตินา แคมณี. (2554). **รูปแบบการเรียนการสอน: ทางเลือกที่หลากหลาย**. กรุงเทพฯ : บริษัท  
แอคทีฟ พรินท์ จำกัด.
- พิพัฒน์พงศ์ ศรีวิศร. (2553). **คู่มือคณิตศาสตร์เพิ่มเติมเล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6**. กรุงเทพฯ  
สำนักพิมพ์เดอะบุคส์.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2553). **คู่มือครูรายวิชาเพิ่มเติม  
คณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตาม  
หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551**. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์  
สกสค. ลาดพร้าว.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2553). **หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม  
คณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตาม  
หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551**. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์  
สกสค. ลาดพร้าว.
- สาขาคณิตศาสตร์มัธยมศึกษา สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2551). **ทักษะ  
กระบวนการทางคณิตศาสตร์**. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ สกสค. ลาดพร้าว.